

Roll N.

AL/CD-401 (GS)

B.Tech. IV Semester

Examination, June 2023

Grading System (GS)

Introduction to Discrete Structure and Linear Algebra

Time : Three Hours

Maximum Marks : 70

- Note: i) Answer any five questions.
किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिए।
- ii) All questions carry equal marks.
सभी प्रश्नों के समान अंक हैं।
- iii) In case of any doubt or dispute the English version question should be treated as final.
किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।
1. a) If $A = \{2, 4, 6, 9\}$ and $B = \{4, 6, 18, 27, 54\}$, $a \in A$, $b \in B$, find the set of ordered pairs such that 'a' is factor of 'b' and $a < b$.
यदि $A = \{2, 4, 6, 9\}$ और $B = \{4, 6, 18, 27, 54\}$, $a \in A$, $b \in B$, क्रमित युग्मों का समुच्चय इस प्रकार ज्ञात कीजिए कि 'a' का गुणखंड 'b' हो और $a < b$.
- b) Let R be the relation on the set R of all real numbers defined by $a R b$ if and only if $|a - b| \leq 1$. Then prove that R is reflexive, symmetric, but not transitive.

मान लीजिए R, $a R b$ द्वारा परिभाषित सभी वास्तविक संख्याओं के समुच्चय R पर संबंध है यदि और केवल यदि $|a - b| \leq 1$ तो सिद्ध कीजिए कि R स्वतुल्य, सममित है, परन्तु संक्रामक नहीं है।

2. a) Let $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ and $a R b$ if and only if a is multiple of b.

Find :

- i) Domain
ii) Range,
iii) Matrix of a relation,
iv) Digraph of the relation R.

मान लीजिए $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ और $a R b$ यदि और केवल यदि a, b का गुणक है। ज्ञात कीजिए

- i) क्षेत्र
ii) सीमा
iii) एक संबंध का मैट्रिक्स
iv) संबंध R का आरेख
- b) What common relations on Z are the transitive closures of the following relations?
- i) $a S b$ if and only if $a + 1 = b$.
ii) $a R b$ if and only if $a - b = 2$.

Z पर कौन से सामान्य संबंध निम्नलिखित संबंधों के संक्रामक समापन हैं?

- i) $a S b$ यदि और केवल यदि $a + 1 = b$.
 ii) $a R b$ यदि और केवल यदि $a - b = 2$.

3. a) i) Prove that $p \wedge q \Rightarrow q \vee p$ is a Tautology.
 सिद्ध कीजिए $p \wedge q \Rightarrow q \vee p$ पुनरुक्ति हैं।
 ii) Show that $(p \vee q) \wedge (-p) \wedge (-q)$ is a contradiction
 सिद्ध कीजिए $(p \vee q) \wedge (-p) \wedge (-q)$ एक विरोधाभास है।
 b) Prove that in any graph G, even number of vertices is of odd degree.
 सिद्ध कीजिए कि किसी ग्राफ G में सम शीर्षों की संख्या विषम कोटि की होती है।

4. a) Solve the equations
 $6x + 15y + 55z = 76,$
 $15x + 55y + 225z = 295,$
 $55x + 225y + 979z = 1259$
 Using Cholesky decomposition method.
 चोल्स्की अपघटन विधि का उपयोग करके समीकरणों को हल कीजिए।
 $6x + 15y + 55z = 76,$
 $15x + 55y + 225z = 295,$
 $55x + 225y + 979z = 1259$

- b) Find singular value decomposition for $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$.

$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ के लिए एकवचन मान अपघटन ज्ञात कीजिए।

PTO

5. a) To test the hypothesis that eating fish makes one smarter, a random sample of 12 persons take a fish oil supplement for one year and then are given an IQ test. Here are the results:

116 111 101 120 99 94 106 115 107 101 110 92

Test using the following hypothesis, report the test statistic with the P-value, then summarize your conclusion.

$$H_0: \mu = 100$$

$$H_a: \mu > 100$$

इस परिकल्पना का परीक्षण करने के लिए मछली खाने से कोई होशियार हो जाता है, 12 व्यक्तियों का एक यादृच्छिक नमूना एक वर्ष के लिए मछली के तेल का पूरक लेता है और फिर एक IQ टेस्ट दिया जाता है। यहाँ परिणाम हैं:

116 111 101 120 99 94 106 115 107 101 110 92

निम्नलिखित परिकल्पनाओं का उपयोग करके परीक्षण करें, परीक्षण आंकड़े को P-मान के साथ रिपोर्ट करें, फिर अपने निष्कर्ष को सारांशित करें।

$$H_0: \mu = 100$$

$$H_a: \mu > 100$$

- b) What are the critical values for a one-independent sample non directional (two-tailed) z test at a .05 level of significance?

एक-स्वतंत्र नमूना गैर-दिशात्मक (दो-पूंछ) z परीक्षण के महत्व के .05 स्तर पर महत्वपूर्ण मूल्य ज्ञात कीजिए।

6. a) Let $A = \{1,2,3,4,6,8,9,12,18,24\}$ be ordered by divisibility. Draw Hasse diagram.

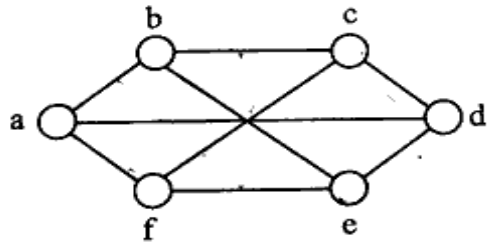
माना $A = \{1,2,3,4,6,8,9,12,18,24\}$ को विभाज्यता द्वारा आदेशित हो जाती है, Hasse आरेख बनाइए।

- b) Let G be a planar graph with 10 vertices, 3 components and 9 edges. Find the number of regions in G .

माना G 10 शीर्षों, 3 घटकों और 9 किनारों के साथ एक समतलीय ग्राफ है। G में क्षेत्रों की संख्या ज्ञात कीजिए।

7. a) Find chromatic number of the following graph-

निम्नलिखित ग्राफ की रंगीन संख्या ज्ञात कीजिए।



- b) Write short note on partially ordered sets and explain with suitable example.

संक्षिप्त टिप्पणी लिखिए - आंशिक रूप से क्रमित समुच्चयों पर और उपयुक्त उदाहरण देकर समझाइए।

8. Write short Note on

a) Hasse diagram

b) Lattice

c) Weighted Graph

संक्षिप्त टिप्पणी लिखें।

अ) हस्स आरेख

ब) जालक

स) भारित ग्राफ
