

Roll No .....

**CS/CT/CO/IT/CI (CSIT)-302 (GS)****B.Tech., III Semester**

Examination, June 2024

**Grading System (GS)****Discrete Structure**

Time : Three Hours

Maximum Marks : 70

- Note: i) Attempt any five questions.  
किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिए।
- ii) All questions carry equal marks.  
सभी प्रश्नों के समान अंक हैं।
- iii) In case of any doubt or dispute the English version question should be treated as final.  
किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।

1. a) Explain the following.
- Euler Graph
  - Isomorphic graphs
  - Minimal spanning tree
  - Height of the tree
- निम्नलिखित को समझाइये।
- यूलर ग्राफ
  - आइसोमोर्फिक ग्राफ
  - न्यूनतम फैले हुए पेड़
  - पेड़ की ऊँचाई

- b) Let  $Z$  be the group of integers with binary operation  $*$  defined by  $a * b = a + b - 2$ , for all  $a, b \in Z$ . Find the identity element of the group  $\langle Z, * \rangle$ .

मान लीजिए कि  $Z$  सभी  $a, b \in Z$  के लिए बाइनरी ऑपरेशन  $*$  द्वारा परिभाषित पूर्णाकों का समूह है, जो  $a * b = a + b - 2$  द्वारा परिभाषित है। समूह  $\langle Z, * \rangle$  का पहचान तत्व खोजें।

2. a) Prove that the Complement of each element in a Boolean Algebra B is unique.

साबित करें कि बूलियन बीजगणित B में प्रत्येक तत्व का पूरक अद्वितीय है।

- b) Let  $A$  be any finite set and  $P(A)$  be the power set of  $A$ .  $\subseteq$  be the inclusion relation on the elements of  $P(A)$ . Draw the Hasse diagrams of  $(P(A), \subseteq)$  for the following

मान लीजिए  $A$  कोई परिमित समुच्चय है और  $P(A)$   $A$  का घात समुच्चय है। और  $P(A)$  के तत्वों पर समावेशन संबंध है। निम्नलिखित के लिए  $(P(A), \subseteq)$  के हस्से आरेख बनाइए।

- $A = \{a\}$
- $A = \{a, b\}$
- $A = \{a, b, c\}$
- $A = \{a, b, c, d\}$

3. a) i) Prove that  $p \wedge q \Rightarrow q \vee p$  is a Tautology.  
सिद्ध करें कि  $p \wedge q \Rightarrow q \vee p$  एक टोपोलॉजी है।
- ii) Show that  $(p \vee q) \wedge (\neg p) \wedge (\neg q)$  is a contradiction.  
दिखाएँ कि  $(p \vee q) \wedge (\neg p) \wedge (\neg q)$  एक विरोधाभास है।
- b) Explain complete digraph and Euler Graph using suitable example of both.  
दोनों के उपयुक्त उदाहरण का उपयोग करके पूर्ण डिग्राफ और यूलर ग्राफ की व्याख्या करें।

Contd...

4. a) Define planar graph. Prove that for any connected planar graph,  $v - e + r = 2$  Where  $v, e, r$  is the number of vertices, edges, and regions of the graph respectively.  
समतलीय ग्राफ को परिभाषित करें। साबित करें कि किसी भी जुड़े हुए समतल ग्राफ के लिए,  $v - e + r = 2$  जहाँ  $v, e, r$  क्रमशः ग्राफ के शीर्षों, किनारों और क्षेत्रों की संख्या है।
- b) Prove that the relation  $R$  defined by "a is congruent to b modulo m" on the set of integers is an equivalence relation.  
सिद्ध करें कि पूर्णाकों के समुच्चय पर "a, b modulo m के सर्वांगसम हैं" द्वारा परिभाषित संबंध  $R$  एक तुल्यता संबंध है।
5. a) Prove that  $5^{2n} - 1$  is divisible by 24, where  $n$  is any positive integer.  
सिद्ध कीजिए कि  $5^{2n} - 1$ , 24 से विभाज्य है, जहाँ  $n$  कोई धनात्मक पूर्णांक है।
- b) Draw the Hasse diagram representing the positive divisors of 36 and 45.  
36 और 45 के सकारात्मक विभाजक का प्रतिनिधित्व करने वाला हैस आरेख बनाइए।
6. a) Show that the relation 'R' defined by  $(a, b) R (c, d)$  iff  $a + d = b + c$  is an equivalence relation.  
दिखाएँ कि  $(a, b) R (c, d)$  द्वारा परिभाषित संबंध 'R' यदि  $a + d = b + c$  एक तुल्यता संबंध है।
- b) Explain various Rules of Inference for Propositional Logic.  
प्रस्तावात्मक तर्क के लिए अनुमान के विभिन्न नियमों की व्याख्या करें।

7. a) Show that every Cyclic group is Abelian. Prove that a lattice with 5 elements is not a Boolean algebra.  
दिखाएँ कि प्रत्येक चक्रीय समूह एबेलियन है। सिद्ध करें कि 5 तत्वों वाली जाली बूलियन बीजगणित नहीं है।
- b) Define Pigeon hole Principle. Write the contra positive of the implication: "if it is Sunday then it is a holiday."  
कबूतर छेद सिद्धांत को परिभाषित करें। निहितार्थ का विपरीत सकारात्मक लिखें "यदि यह रविवार है तो यह छुट्टी है।"
8. a) Prove that  $G = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  is an abelian group of order 7 with respect to addition modulo 7.  
साबित करें कि  $G = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  जोड़ मॉड्यूल का एक 7 के संबंध में क्रम 7 एबेलियन समूह है।
- b) Prove or disprove that intersection of two normal subgroups of a group  $G$  is again a normal subgroup of  $G$ . Define subgroup, normal subgroup, Quotient group, with an example for each.  
साबित करें या अस्वीकार करें कि समूह  $G$  के दो सामान्य उपसमूहों का प्रतिच्छेदन फिर से  $G$  का एक सामान्य उपसमूह है। प्रत्येक के लिए एक उदाहरण के साथ उपसमूह, सामान्य उपसमूह, भागफल समूह को परिभाषित करें।

\*\*\*\*\*