

Roll No

BT-202 (GS)**B.Tech., I & II Semester**

Examination, December 2023

Grading System (GS)**Mathematics - II****Time : Three Hours****Maximum Marks : 70****Note:** i) Attempt any five questions.

किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिये।

ii) All questions carry equal marks.

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

iii) In case of any doubt or dispute the English version question should be treated as final.

किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।

1. a) Solve $(1 + y^2)dx = (\tan^{-1} y - x)dy$ using Leibnitz linear method. 7

लीबनिट्ज़ रैखिक विधि का उपयोग करके

 $(1 + y^2)dx = (\tan^{-1} y - x)dy$ को हल करें।b) Solve $(e^y + 1)\cos x dx + e^y \sin x dy = 0$. 7 $(e^y + 1)\cos x dx + e^y \sin x dy = 0$ को हल करें।2. a) Solve $(D^2 - 4D + 3)y = \cos 2x$. 7 $(D^2 - 4D + 3)y = \cos 2x$ को हल करें।b) Show that $J_{\frac{1}{2}}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \sin x$. 7दिखाएँ कि $J_{\frac{1}{2}}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \sin x$ 3. Solve $(D^2 + 9)y = \tan 3x$ by using method of variation of parameters. 14मापदंडों की भिन्नता की विधि का उपयोग करके $(D^2 + 9)y = \tan 3x$ को हल करें।

4. a) Solve the partial differential equation

$$(x - y)p + (x + y)q = 2xz. \quad 7$$

आंशिक अवकल समीकरण $(x - y)p + (x + y)q = 2xz$ को हल करें।b) Solve $(p^2 + q^2)y = qz$ by using Charpit's method. 7चारपिट विधि का उपयोग करके $(p^2 + q^2)y = qz$ को हल करें।5. a) Solve $(D^2 + 4DD' - 5D'^2)Z = \sin(2x + 3y)$. 7 $(D^2 + 4DD' - 5D'^2)Z = \sin(2x + 3y)$ को हल करें।

b) Determine p so that the function

$$f(z) = \frac{1}{2} \log(x^2 + y^2) + i \tan^{-1} \left(\frac{px}{y} \right)$$

is analytic function. 7

p निर्धारित करें ताकि फंक्शन

$$f(z) = \frac{1}{2} \log(x^2 + y^2) + i \tan^{-1} \left(\frac{px}{y} \right)$$

विश्लेषणात्मक फंक्शन हो।

6. a) Show that the function $u(x, y) = e^x \cos y$ is Harmonic. Determine its Harmonic conjugate. 7

दिखाएँ कि फंक्शन $u(x, y) = e^x \cos y$ हार्मोनिक है। इसका हार्मोनिक संयुग्म निर्धारित करें।

b) Find the residue of $\frac{Ze^z}{(Z-1)^3}$ at its pole. 7

इसके ध्रुव पर $\frac{Ze^z}{(Z-1)^3}$ का अवशेष ज्ञात करें।

7. Verify Gauss divergence theorem for $\vec{F} = x^3\vec{i} + y^3\vec{j} + z^3\vec{k}$ taken over the cube bounded by $x = 0, x = a, y = 0, y = a, z = 0, z = a$. 14

$\vec{F} = x^3\vec{i} + y^3\vec{j} + z^3\vec{k}$ के लिए गॉस विचलन प्रमेय को सत्यापित करें, जो $x = 0, x = a, y = 0, y = a, z = 0, z = a$ से घिरे घन पर लिया गया है।

8. a) Prove that $\text{curl}(r^n \vec{r}) = \vec{0}$ 7

सिद्ध कीजिए कि $\text{curl}(r^n \vec{r}) = \vec{0}$

b) Write short note on: 7

i) Cauchy Riemann equations

ii) Stokes theorem

संक्षिप्त नोट लिखें।

i) कॉची रीमैन समीकरण

ii) स्टोक्स प्रमेय
