Total No. of Questions : 8] [Total No. of Printed Pages : 4

Roll No ....

CSIT(CI)/CS/CT/CO/IT-302 (GS)

B.Tech., III Semester

Examination, November 2022

Grading System (GS)

Discrete Structure

Time : Three Hours

Maximum Marks : 70

Note: i) Answer any five questions.
किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिए।

ii) All questions carry equal marks.
सभी प्रश्न के समान अंक हैं।

iii) In case of any doubt or dispute the English version question should be treated as final.
किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।

1. a) Show that the relation 'R' defined by (a, b) R (c, d) if $a + d = b + c$ is an equivalence relation.
दर्शाइए कि (a, b) R (c, d) द्वारा परिभाषित संबंध 'R' यदि $a + d = b + c$ एक equivalence relation है।

   b) If $X = \{1, 2, 3, 4\}$ and $R = \{(x, y)/x < y\}$. Draw the graph of 'R' and also give its matrix.
यदि $X = \{1, 2, 3, 4\}$ और $R = \{(x, y)/x < y\}$। 'R' का graph खींचिए और उसका matrix भी दीजिए।

2. a) Prove that If R is an equivalence relation on a set A, show that R^{-1} is also an equivalence relation on A.
सिद्ध कीजिए कि यदि R set A पर एक equivalence relation है, तो दर्शाइए कि R^{-1} भी A पर equivalence relation है।

   b) What is Mathematical induction? Use mathematical induction to prove that $1.1! + 2.2! + ... + n.n! = (n + 1)! - 1$, wherever n is a positive integer.
Mathematical induction क्या है? साबित करने के लिए Mathematical induction का प्रयोग करें $1.1! + 2.2! + ... + n.n! = (n + 1)! - 1$, जहाँ – एक धनात्मक पूर्णांक है।

3. a) Find the explicit formula for the Fibonacci numbers. Use $f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$ as recursive condition and $f_0 = 0$ and $f_1 = 1$ as initial condition.
Fibonacci संख्याओं के लिए स्पष्ट सूत्र खोजें। $f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$ को पुनरावर्ती स्थिति के रूप में और $f_0 = 0$ और $f_1 = 1$ को प्रारंभिक स्थिति के रूप में उपयोग करें।

   b) Draw the Hasse diagram representing the positive divisors of 36.
36 के धनात्मक भाजक को निरूपित करते हुए Hasse diagram खींचिए।

4. a) Prove that the set $G = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ is a finite abelian group of order 7 with respect to multiplication modulo 7 as the composition in G.
सिद्ध कीजिए कि set $G = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ क्रम 7 का एक finite abelian समूह है जो G में संघटन के रूप में multiplication modulo 7 के संबंध में है।

   b) State the Lagrange's Theorem with example. Also explain Permutation and Symmetric Group.
Lagrange's की प्रमेय को उदाहरण सहित लिखिए। Permutation और Symmetric समूह को भी समझाइए।

5. a) Find PDNF by constructing its PCNF of $(Q \vee P) \wedge (Q \vee R) \wedge (\sim(P \vee R) \vee \sim Q))$.
$(Q \vee P) \wedge (Q \vee R) \wedge (\sim(P \vee R) \vee \sim Q))$ का PCNF बनाकर PDNF ज्ञात कीजिए।

b) Prove that for any three propositions P, Q, R the compound proposition $(P \rightarrow (Q \rightarrow R)) \rightarrow ((P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow R))$ is a tautology by laws of logic.
सिद्ध करें कि किन्हीं तीन प्रस्तावों P, Q, R के लिए यौगिक प्रस्ताव $(P \rightarrow (Q \rightarrow R)) \rightarrow ((P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow R))$ तर्क में नियमों द्वारा एक tautology है।

6. a) Explain Tautologies, Contradiction and Contingencies with suitable examples.
उपयुक्त उदाहरणों के साथ Tautologies, Contradiction और Contingencies की व्याख्या करें।

b) Explain the method of proving theorems by direct, indirect, contradiction and by cases.
प्रमेयों को प्रत्यक्ष, अप्रत्यक्ष, अंतर्विरोध और मामलों द्वारा सिद्ध करने की विधि समझाइए।

7. a) Give a simple condition on the weights of a graph that will guarantee that there is a unique maximal spanning tree for the graph.
एक ग्राफ के वजन पर एक सरल शर्त दें जो गारंटी देगा कि ग्राफ के लिए एक unique maximal spanning tree हैं।

b) Define Isomorphism of graphs. What are the steps followed in discovering the Isomorphism?
Isomorphism of graphs को परिभाषित कीजिए। आइसोमोर्फिज्म की खोज में किन चरणों का पालन किया जाता है?

8. a) Explain Eulerian and Hamiltonian graphs with examples, also draw the graphs of the following:
i) Eulerian but not Hamiltonian
ii) Hamiltonian but not Eulerian
उदाहरण के साथ यूलेरियन और हैमिल्टनियन ग्राफ की व्याख्या करें, निम्नलिखित के ग्राफ भी बनाइए।
i) यूलेरियन लेकिन हैमिल्टनियन नहीं
ii) हैमिल्टनियन लेकिन यूलेरियन नहीं

b) Prove that the sum of the degree of all the vertices in a graph G is equal to twice the number of edges in G.
सिद्ध कीजिए कि ग्राफ G के सभी शीर्षों की घातों का योग G में किनारों की संख्या के दोगुने के बराबर है।

******