

CS/CT/CO/IT-302 (GS)**B.Tech., III Semester**

Examination, June 2023

Grading System (GS)**Discrete Structure***Time : Three Hours**Maximum Marks : 70***Note:** i) Attempt any five questions.

किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिए।

ii) All questions carry equal marks.

सभी प्रश्न के समान अंक हैं।

iii) In case of any doubt or dispute the English version question should be treated as final.

किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।

1. a) Prove that $P(A) \subseteq P(B)$ if and only if $A \subseteq B$. 7सिद्ध कीजिए कि $P(A) \subseteq P(B)$ यदि और केवल यदि $A \subseteq B$.b) Suppose that R is the relation on the set of strings of English letters such that aRb if and only if $l(a) = l(b)$, where $l(x)$ is the length of the string x . Is R an equivalence relation? 7मान लीजिए कि R अंग्रेजी अक्षरों के तार के सेट पर संबंध है जैसे कि aRb अगर और केवल अगर $l(a) = l(b)$ जहाँ $l(x)$ स्ट्रिंग x की लंबाई है। क्या R एक तुल्यता संबंध है?

2. a) Illustrate the concept of an inverse function.

Let $f : Z \rightarrow Z$ be such that $f(x) = x + 1$. Is f invertible? if it is then what is its inverse? 7एक व्युत्क्रम फलन की अवधारणा को समझाइए। मान लीजिए $f : Z \rightarrow Z$ ऐसा है कि $f(x) = x + 1$ क्या f व्युत्क्रमणीय है? यदि है तो उसका व्युत्क्रम क्या है?

b) Define group. Explain the properties of groups. 7

समूह को परिभाषित कीजिए। समूहों के गुणों की व्याख्या कीजिए।

3. Let $S = N \times N$. Let $*$ be the operation on S defined by $(a, b) * (a', b') = (aa', bb')$.i) Define $f : (S, *) \rightarrow (Q, \times)$ by $f(a, b) = a/b$. Show that f is a homomorphism. 7ii) Find the congruence relation \sim in S determined by the homomorphism f , that is, where $x \sim y$ if $f(x) = f(y)$. 7माना $S = N \times N$ मान $*$, S पर संक्रिया है $(a, b) * (a', b') = (aa', bb')$ द्वारा परिभाषित।i) $f : (S, *) \rightarrow (Q, \times)$ को $f(a, b) = a/b$ द्वारा परिभाषित करें। दिखाए कि f एक समाकारिता है।ii) समाकारिता f द्वारा निर्धारित S में सर्वांगसमता संबंध \sim ज्ञात कीजिए, अर्थात्, जहाँ $x \sim y$ यदि $f(x) = f(y)$ है।4. a) Show that the $((p \vee q) \wedge \neg p) \rightarrow q$ compound proposition is a tautology. 7दिखाएँ कि $((p \vee q) \wedge \neg p) \rightarrow q$ यौगिक तर्क वाक्य एक पुनरुक्ति है।

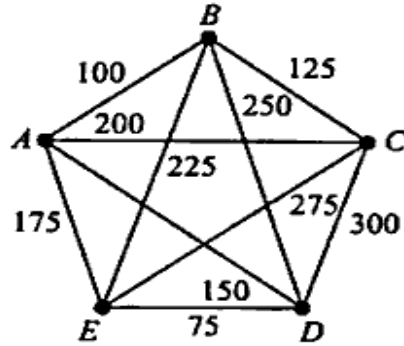
b) Use existential and universal quantifiers to express the statement. 7

"No one has more than three grandmothers" using the propositional function $G(x, y)$, which represents "x is the grandmother of y."

[3]

प्रस्तावित फलन $G(x, y)$ का उपयोग करते हुए कथन किसी की तीन से अधिक दादी नहीं हैं को व्यक्त करने के लिए अस्तित्वगत और सार्वभौमिक परिमाणकों का उपयोग करें, जो x, y की दादी है का प्रतिनिधित्व करता है

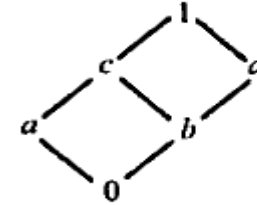
5. a) Discuss the 6 tuple notation of finite state machine M with an example. 7
एक उदाहरण के साथ परिमित अवस्था मशीन M के 6 टपल अंकन पर चर्चा करें।
- b) Consider the complete weighted graph G in the following figure with 5 vertices. Find a Hamiltonian circuit of minimal weight. 7
निम्नलिखित आकृति में 5 शीषों के साथ पूर्ण भारित ग्राफ G पर विचार करें। न्यूनतम भार का हैमिल्टनीय परिपथ ज्ञात कीजिए।



6. a) Discuss the various applications of graph colouring. 7
ग्राफ कलरिंग के विभिन्न अनुप्रयोगों की चर्चा कीजिए।
- b) State Euler's formula for a planar graph. Give an example of a planar graph with 5 vertices and 5 regions and verify Euler's formula for your example. 7
समतलीय ग्राफ के लिए यूलर का सूत्र बताइए। अपने उदाहरण के लिए 5 कोने और 5 क्षेत्रों और वेंटी यूलर के सूत्र के साथ एक प्लानर ग्राफ का उदाहरण दें।

[4]

7. a) Consider the set $A = \{4, 5, 6, 7\}$. Let R be the relation \leq on A . Draw the directed graph and the Hasse diagram of R . 7
समुच्चय $A = \{4, 5, 6, 7\}$ पर विचार करें। R को A पर संबंध \leq होने दें। निर्देशित ग्राफ और R का हासे आरेख बनाएं।
- b) Consider the lattice M in the following figure. 7
निम्नलिखित आकृति में जाली M पर विचार करें।



- i) Find the non-zero join irreducible elements and atoms of M .
 M के गैर-शून्य अलघुकरणीय तत्वों और परमाणुओं को खोजें।
- ii) Is M distributive and complemented? क्या M वितरणात्मक और पूरक है?

8. Discuss in brief any two of the following: 14
- Partial ordering relation
 - Cosets
 - Disjunctive normal form
 - Pigeonhole principle
- निम्नलिखित में से किन्हीं दो पर संक्षेप में चर्चा कीजिए।
- आंशिक आदेश संबंध
 - कोसेट
 - वियोगी सामान्य रूप
 - कबूतर खाने का सिद्धांत
