

Roll No

BT-401 (AD-AG-AT-CI-CS-CT-CO-EE-EX-FT-IT-MI-MM) (GS)

B.Tech., IV Semester

Examination, June 2022

Grading System (GS)

Mathematics - III

Time : Three Hours

Maximum Marks : 70

Note: i) Attempt any five questions.

किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिए।

ii) All questions carry equal marks.

सभी प्रश्नों के समान अंक हैं।

iii) In case of any doubt or dispute the English version question should be treated as final.

किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।

1. a) Use Newton's formula for interpolation to find the net premium at the age 25 from the table given below: 7

Age	20	24	28	32
Net Premium	0.01427	0.01581	0.01772	0.01996

न्यूटन के सूत्र का उपयोग करके, निम्न सारणी से अंतर्वेशन करते हुए 25 की आयु पर नेट प्रीमियम ज्ञात कीजिये।

आयु	20	24	28	32
नेट प्रीमियम	0.01427	0.01581	0.01772	0.01996

b) Using Newton-Raphson's method find the real root of $x^4 - x - 10 = 0$. 7न्यूटन राफसन विधि से $x^4 - x - 10 = 0$ के वास्तविक मूल का पता लगाइये।

2. a) Solve the simultaneous linear equations using Crout's method. 7

क्राउट की विधि से युगपत रैखिक समीकरणों को हल कीजिये।

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 &= 1 \\ 3x_1 + x_2 - 3x_3 &= 5 \\ x_1 - 2x_2 - 5x_3 &= 10 \end{aligned}$$

b) Evaluate $\int_0^1 \log x \cos x \, dx$ by (i) Trapezoidal rule (ii) Simpson 3/8 rule. 7(i) ट्रापेजोइडल नियम (ii) सिम्पसन 3/8 नियम से $\int_0^1 \log x \cos x \, dx$ का मान बताइये।3. a) Find $y(0.1)$ for differential equation $\frac{dy}{dx} = x^2 y - 1$, $y(0) = 1$ using Taylor's series method. 7टेलर सीरीज विधि से, अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = x^2 y - 1$, $y(0) = 1$ के लिये $y(0.1)$ का मान ज्ञात कीजिये।b) Solve $xy'' + y' + xy = 0$, where $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$, for $x = 0$ to $x = 1.5$. 7
 $xy'' + y' + xy = 0$, जहाँ $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$ को $x = 0$ से $x = 1.5$ के लिये हल कीजिये।4. a) Find Laplace transform of $f(t) = \begin{cases} \sin t & 0 < t < 2\pi \\ 0 & 2\pi < t \end{cases}$ 7फलन $f(t) = \begin{cases} \sin t & 0 < t < 2\pi \\ 0 & 2\pi < t \end{cases}$ का लाप्लास रूपान्तर ज्ञात कीजिये।

- b) Find the Fourier series for periodic extension of

$$f(t) = \begin{cases} \sin t, & 0 \leq t \leq \pi \\ 0, & \pi \leq t \leq 2\pi \end{cases} \quad 7$$

$$f(t) = \begin{cases} \sin t, & 0 \leq t \leq \pi \\ 0, & \pi \leq t \leq 2\pi \end{cases} \quad \text{के आवर्त विस्तार हेतु फूरियर}$$

सीरीज ज्ञात कीजिये।

5. a) If 'm' balls are distributed among 'a' men and 'b' women show that the probability that the number of balls received by men is odd, shall be <https://www.rgpvonline.com> 7
यदि 'm' गेंदें 'a' पुरुषों और 'b' स्त्रियों में बाँटी जायें तो दिखाइये कि पुरुषों द्वारा प्राप्त की गई गेंदों की संख्या विषम है की प्रायिकता निम्न होगी

$$\frac{1}{2} \left[\frac{(b+a)^m - (b-a)^m}{(b+a)^m} \right]$$

- b) Two independent random variable X and Y are both normally distributed with means 1 and 2 and standard deviations 3 and 4 respectively. If $Z = X - Y$, write the probability density function of Z. Also state the median, s.d. and mean of the distribution of Z. Find $P[Z + 1 \leq 0]$. 7

X एवं Y दो प्रसामान्य बंटित यादृच्छिक चर हैं जिनके माध्य 1 एवं 2 तथा मानक विचलन 3 एवं 4 हैं, यदि $Z = X - Y$ तो Z का प्रायिकता घनत्व फलन लिखिये। Z के बंटन की माधिका, मानक विचलन एवं माध्य भी बताइये। $P[Z + 1 \leq 0]$ की गणना कीजिये।

6. a) Prove that 7
सिद्ध कीजिये।

$$\Delta^n O^{n+1} = \frac{n(n+1)}{2} \Delta^n O^n$$

- b) Given that $\log x$ for $x = 310, 320, 330, 340, 350$ and 360 are according to following table. Find the value of $\log 3375$. 7

$\log x$ की $x = 310, 320, 330, 340, 350$ एवं 360 पर मान निम्नांकित सारणी में है। $\log 3375$ का मान बताइये।

x	310	320	330	340	350	360
$\log x$	2.4913617	2.5051500	2.5185139	2.5314789	2.5440680	2.5563025

7. a) Use Runge-Kutta method to approximate y , when $x = 0.1$ and $x = 0.2$, given that $x = 0$ when $y = 1$ and $\frac{dy}{dx} = x + y$. 7

रूंग कुट्टा विधि से y को अनुमानित कीजिये जबकि $x = 0.1$ एवं $x = 0.2$, से भी दिया गया है कि $x = 0$ जब $y = 1$ है एवं $\frac{dy}{dx} = x + y$

- b) Use Milne's method to solve $\frac{dy}{dx} = x + y$ with initial condition $y(0) = 1$, from $x = 0.20$ to $x = 0.30$. 7

आरम्भिक दशा $y(0) = 1$ के साथ $\frac{dy}{dx} = x + y$ को $x = 0.20$ से $x = 0.30$ के लिए मिलने की विधि से हल कीजिये।

8. a) Prove that for normal distribution, the Quartile Deviation (QD), Mean Deviation (MD) and Standard Deviation (SD) follows $QD : MD : SD :: 10 : 12 : 15$. 7

प्रसामान्य वितरण के लिए, सिद्ध कीजिये कि चतुर्थक विचलन (QD) माध्य विचलन (MD) एवं मानक विचलन (SD) इस प्रकार होते हैं कि $QD : MD : SD :: 10 : 12 : 15$

- b) Prove that 7
सिद्ध कीजिये।

$$\Delta^n \sin(ax+b) = \left(2 \sin \frac{ah}{2} \right)^n + \sin \left[ax+b+n \left(\frac{ah+\pi}{2} \right) \right]$$
